



UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

**Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2000/01**

September/Oktober 2000

EAS 351/3 – Analisis Elemen Terhingga Untuk Jurutera

Masa : [3 jam]

Arahan Kepada Calon:-

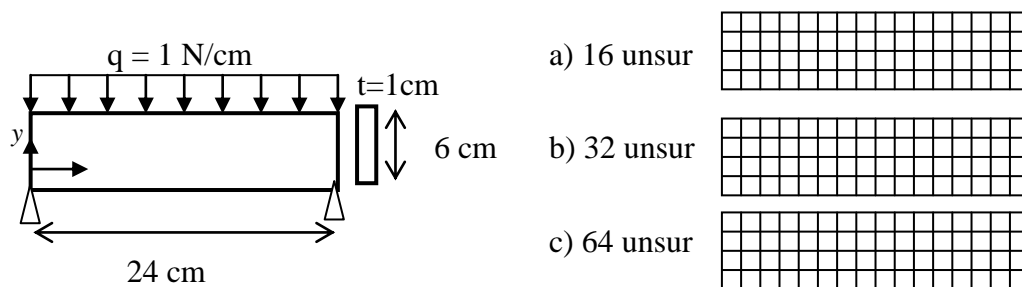
1. Sila pastikan kertas peperiksaan ini mengandungi **SEMBILAN** (9) muka surat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
2. Kertas ini mengandungi **TUJUH** (7) soalan. Jawab **LIMA** (5) soalan sahaja. Markah hanya akan dikira bagi **LIMA** (5) jawapan **PERTAMA** yang dimasukkan di dalam buku mengikut susunan dan bukannya **LIMA** (5) jawapan terbaik.
3. Semua soalan mempunyai markah yang sama.
4. Semua jawapan **MESTILAH** dimulakan pada muka surat yang baru.
5. Semua soalan **MESTILAH** dijawab dalam Bahasa Malaysia.
6. Tuliskan nombor soalan yang dijawab di luar kulit buku jawapan anda.

1. (a) Terangkan perbezaan antara kaedah elemen terhingga dan kaedah perbezaan terhingga. Berikan contoh permodelan struktur .

(5 markah)

- (b) Sebatang rasuk dalam yang disangga mudah yang menyokong beban teragih secara seragam, $q = 1 \text{ N/cm}$ dan dianalisis sebagai suatu kes tegasan satah. Tiga jejaring telah digunakan, masing-masing menggunakan 16, 32 dan 64 unsur seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 1a . Bincangkan keputusan di Jadual 1 dan bandingkan keputusan dengan nilai penyelesaian tepat dari teori plat.

(10 markah)



Rajah 1a

Unsur	Pesongan memugak		Tegasan Membujur
	Titik A ($\text{cm} \times 10^{-6}$)	Titik B ($\text{cm} \times 10^{-6}$)	Titik C (N/cm^2)
16	782	560	10.8
32	844	605	11.9
64	861	616	12.0
Penyelesaian tepat	898	645	12.2

Jadual 1

- (c) Matriks kekukuhan element k_E untuk satu elemen spring anjal lurus yang mempunyai pemalar spring k adalah seperti berikut :

$$k_E = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Terangkan erti fizikal pekali-pekali k_E .

(3 markah)

Nyatakan satu lagi sifat matriks kekakuan elemen (dan juga matrik kekakuan struktur yang belum dipertimbangkan keadaan sempadan).

(2 markah)

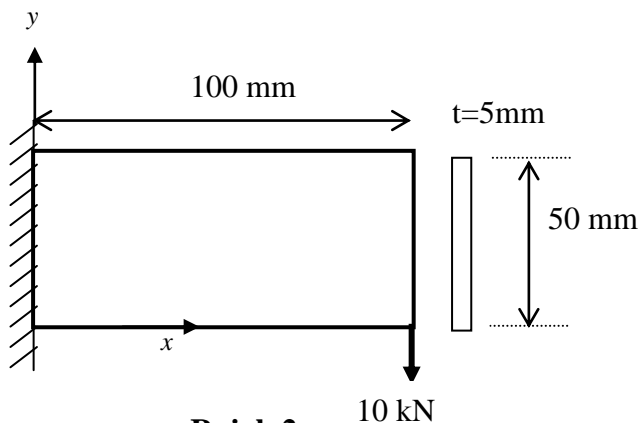
2. (a) Nyatakan perbezaan elemen satah segitiga dan segiempat.

(5 markah)

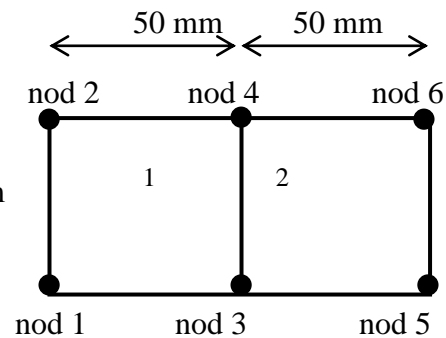
- (b) Satu rasuk julur dalam yang membawa beban 10 kN seperti ditunjukkan dalam Rajah 2a. Rasuk tersebut dikekang sepenuhnya di hujung sebelah kirinya. Rasuk tersebut diunggulkan seperti dalam Rajah 2b. Diberi $E = 200 \text{ kN/m}^2$, $\nu = 0.3$ dan ketebalan $t = 5 \text{ mm}$. Terbitkan matriks kekakuan tempatan $[K]^e$ untuk:

- satu elemen segiempat 1 yang mengalami tegasan satah
- satu elemen segiempat 1 yang mengalami terikan satah

(15 markah)



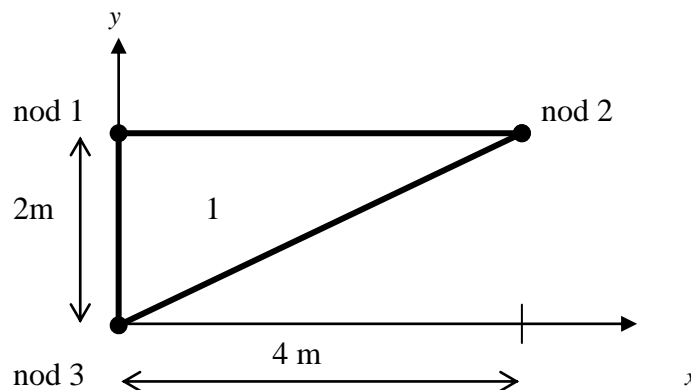
Rajah 2a



Rajah 2b

3. (a) Nyatakan dengan jelas langkah-langkah untuk menerbitkan matriks kekakuan tempatan, $[K]^e$ untuk satu element segitiga, mengalami tegasan satah seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 3. Diberi $E = 30 \times 10^6 \text{ N/m}^2$, $\nu = 0.3$ dan $t = 0.25 \text{ m}$.

(15 markah)



Rajah 3

- (b) Sekiranya nilai matriks kekakuan elemen tersebut ialah seperti dibawah, kira nilai anjakan u_2 , v_2 di nod 2 apabila nod 3 dan nod 1 di kekangkan dari bergerak dalam mana-mana arah dan daya $F_x = 5$ kN.

(5 markah)

$$[K]^e = \begin{bmatrix} 2.06 & 0 & -2.06 & 1.24 & 0 & -1.24 \\ 0 & 0.72 & 1.44 & -0.72 & -1.44 & 0 \\ -2.06 & 1.44 & 4.94 & -2.68 & -2.88 & 1.24 \\ 1.24 & -0.72 & -2.68 & 8.97 & 1.44 & -8.25 \\ 0 & -1.44 & -2.88 & 1.44 & 2.88 & 0 \\ -1.24 & 0 & 1.24 & -8.25 & 0 & 8.25 \end{bmatrix} \times 10^6 \text{ N/m}$$

4. (a) Prinsip anjakan maya (PAM) merupakan asas untuk pembentukan persamaan-persamaan elemen terhingga. Nyatakan apakah itu PAM.

(2 markah)

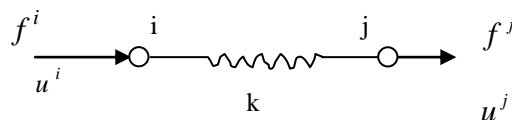
- (b) Tunjukkan dengan menggunakan prinsip anjakan maya bahawa persamaan kekakuan elemen untuk satu elemen pegas anjal lurus seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 4 adalah seperti berikut :

(5 markah)

$$k \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^i \\ u^j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f^i \\ f^j \end{Bmatrix}$$

di mana

k : pemalar pegas
 f^i, f^j : daya nod pada nod i dan j elemen pegas
 u^i, u^j : anjakan nod untuk nod i dan j elemen pegas

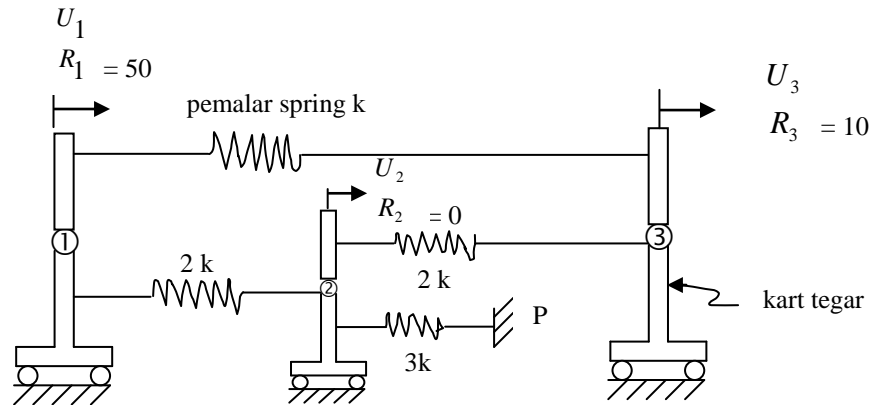


Rajah 4

Apakah ertinya persamaan kekakuan elemen?

(1 markah)

- (c) Rajah 5 menunjukkan satu sistem tiga kart tegar yang disambungi oleh empat pegas anjal lurus. Daya R_1 , R_2 dan R_3 bertindak pada kart \leftarrow , \uparrow dan \rightarrow , di mana $R_1=50$, $R_2=0$ dan $R_3=10$.



Rajah 5

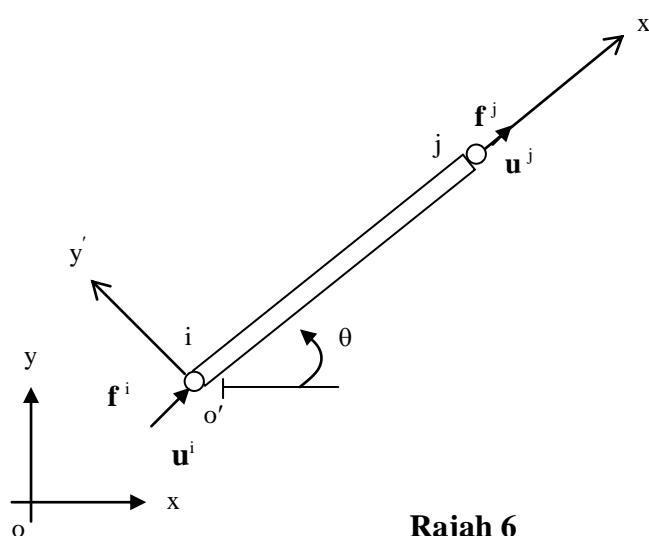
Tentukan :

- i. anjakan-anjakan U_1 , U_2 dan U_3 untuk kart \leftarrow , \uparrow dan \rightarrow ; dan
- ii. daya tindakbalas pada titik penyokong P ,

dengan menggunakan kaedah elemen terhingga.

(12 markah)

5. (a) Rajah 6 menunjukkan satu elemen bar/kekuda dalam satah xy. Paksi elemen bar membuat sudut θ dengan paksi global x dalam arah lawan jam. Vektor daya nod \mathbf{f}^i dan \mathbf{f}^j bertindak pada nod i dan j elemen; manakala vektor anjakan nod untuk nod i dan j adalah \mathbf{u}^i dan \mathbf{u}^j .



Rajah 6

Dengan menggunakan prinsip anjakan maya ke atas elemen bar/kekuda, ianya boleh ditunjukkan bahawa persamaan kekukuhan elemen dalam sistem koordinat lokal O'-x'y' adalah seperti berikut :

$$\begin{Bmatrix} f^i \\ f^j \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^i \\ u^j \end{Bmatrix}$$

di mana:

f^i, f^j : komponen-x' untuk vektor \mathbf{f}^i dan \mathbf{f}^j dalam sistem koordinat lokal O'-x'y'

u^i, u^j : komponen-x' untuk vektor \mathbf{u}^i dan \mathbf{u}^j dalam sistem koordinat lokal O'-x'y'

E, A, L : Modulus Young, luas keratan rentas dan panjang elemen

Tunjukkan bahawa dalam sistem koordinat global O-xy, persamaan kekukuhan elemen yang berkaitan boleh dituliskan dalam bentuk seperti di bawah:

(6 markah)

$$\begin{Bmatrix} F_x^i \\ F_y^i \\ F_x^j \\ F_y^j \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_x^i \\ U_y^i \\ U_x^j \\ U_y^j \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

di mana

F_x^i, F_y^i : komponen \mathbf{f}^i dalam sistem koordinat global O-xy

F_x^j, F_y^j : komponen \mathbf{f}^j dalam sistem koordinat global O-xy

U_x^i, U_y^i : komponen \mathbf{u}^i dalam sistem koordinat global O-xy

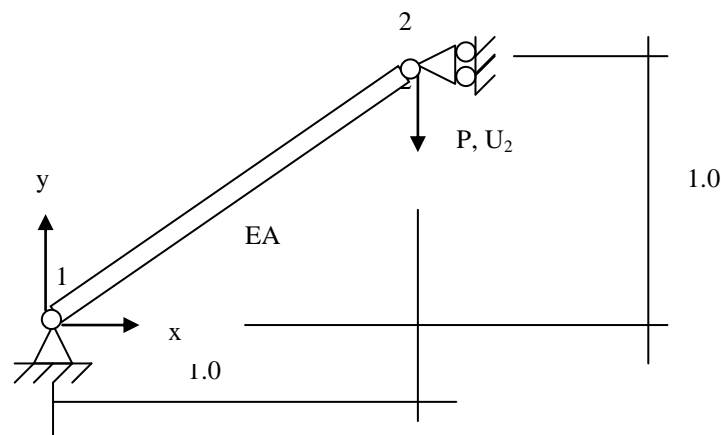
U_x^j, U_y^j : komponen \mathbf{u}^j dalam sistem koordinat global O-xy

$c = \cos\theta$, $s = \sin\theta$

Gunakan persamaan (1) ke atas masalah yang ditunjukkan dalam Rajah 7 dan tunjukkan bahawa:

$$U_2 = -\frac{2\sqrt{2}P}{EA}$$

(2 markah)



Rajah 7

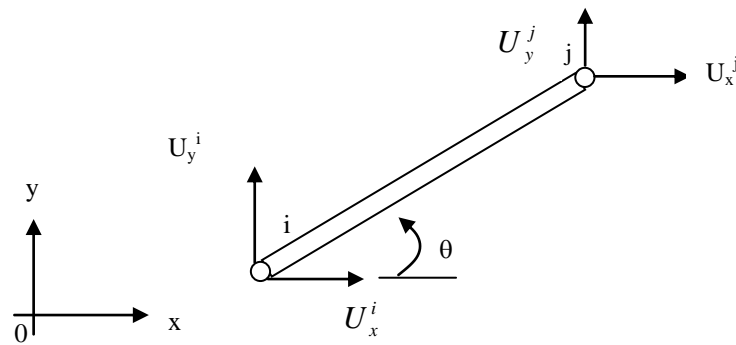
- (b) Dalam analisis elemen terhingga (pendekatan anjakan), tegasan dalam elemen ditentukan dengan menggunakan perhubungan tegasan-terikan setelah semua anjakan nod telah diperolehi.

Tuliskan perhubungan tegasan-terikan untuk elemen bar/kekuda (tunjukkan dengan jelasnya erti simbol-simbol yang digunakan dalam perhubungan).

(1 markah)

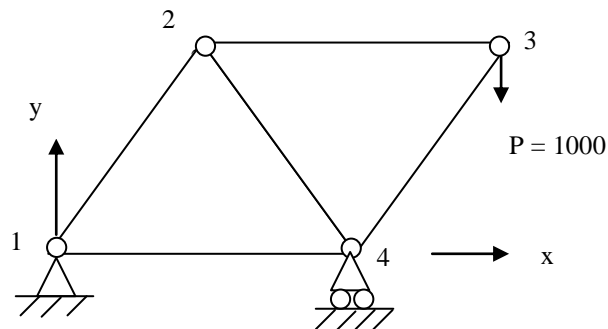
Terbitkan persamaan yang mengaitkan tegasan elemen bar/kekuda dengan komponen-komponen anjakan nod $U_x^i, U_y^i, U_x^j, U_y^j$ dalam sistem koordinat global O-xy seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 8 (gunakan simbol L untuk panjang elemen dan E untuk modulus Young).

(5 markah)



Rajah 8

- (c) Satu masalah kekuda satah sebagaimana yang ditunjukkan dalam Rajah 9 telah dianalisa dengan menggunakan program elemen terhingga. Koordinat nod \leftarrow ke \downarrow dan juga maklumat sambungan untuk lima elemen kekuda satah diberikan dalam Jadual 2. Anjakan nod yang diperolehi daripada analisis disenaraikan dalam Jadual 3.



$E = 200 \times 10^3$, $A = 1$ untuk semua elemen

Rajah 9

Jadual 2

Data untuk koordinat nod dan sambungan elemen

NOD	KOORDINAT-X	KOORDINAT-Y	KOORDINAT-Z
Nod 1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
Nod 2	5.00000E-01	1.00000E+00	0.00000E+00
Nod 3	1.50000E+00	1.00000E+00	0.00000E+00
Nod 4	1.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

ELEMEN	NOD 1	NOD 2
Elemen 1	1	2
Elemen 2	2	3
Elemen 3	1	4
Elemen 4	2	4
Elemen 5	4	3

Jadual 3

Program elemen terhingga
Data untuk anjakan nod

NOD	ANJAKAN-X	ANJAKAN-Y	ANJAKAN-Z
Nod 1	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
Nod 2	6.36271E-03	3.12500E-04	0.00000E+00
Nod 3	8.86271E-03	-1.20441E-02	0.00000E+00
Nod 4	-1.25000E-03	0.00000E+00	0.00000E+00

Dengan menggunakan persamaan yang menghubungkan tegasan elemen dan anjakan nod yang telah diterbitkan dalam 5 (b) di atas, kirakan tegasan dalam kelima-lima elemen kekuda satah Rajah 9. Tunjukkan jawapan anda dalam satu jadual.

(6 markah)

6. (a) Menggunakan pengembangan Siri Taylor terbitkan anggaran pembeza terhingga untuk terbitkan masa $\frac{\partial z}{\partial t}$ menggunakan :-

- i. Anggaran pembezaan depan (forward difference approximation)
- ii. Anggaran pembezaan pusat (central difference approximation)
- iii. Anggaran pembezaan undur (backward difference approximation)

(10 markah)

- (b) Terbitkan anggaran pembeza terhingga menggunakan anggaran pembezaan pusat untuk ruang dan anggaran pembezaan undur untuk masa untuk persamaan berikut:

- i. Persamaan parabolik

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

- ii. Persamaan hyperbolik

$$\frac{\partial u}{\partial t} + C^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

(10 markah)

7. Olahkan anggaran pembeza terhingga persamaan Laplace untuk mendapatkan formula lelaran Jacobi, lelaran Gauss-Seidel dan Sucessive Over Relaxation. Terangkan kaedah penggunaan dan perbezaan ketiga-tiga formula tersebut.

Diberikan persamaan Laplace

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

(20 markah)

oooOOOooo